

Exercice 1

On considère une urne contenant 4 boules blanches et 3 boules noires. On tire une à une et sans remise 3 boules de l'urne. Quelle est la probabilité pour que la première boule tirée soit blanche, la seconde blanche et la troisième noire?

4 boules blanches et 3 boules noires.

On tire une à une sans remise 3 boules de l'urne.

1^{ère} blanche : $\frac{4}{7}$, 2^{ème} blanche : $\frac{3}{6}$, 3^{ème} noire : $\frac{3}{5}$

$$\frac{4}{7} \frac{3}{6} \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$$

Exercice 2

Dans une entreprise deux ateliers fabriquent les mêmes pièces. L'atelier 1 fabrique en une journée deux fois plus de pièces que l'atelier 2. Le pourcentage de pièces défectueuses est 3% pour l'atelier 1 et 4% pour l'atelier 2. On prélève une pièce au hasard dans l'ensemble de la production d'une journée. Déterminer

- 1- la probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1;
- 2- la probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1 et est défectueuse;
- 3- la probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1 sachant qu'elle est défectueuse.

A1 fabrique deux fois plus de pièces que l'atelier A2

Pourcentage de pièces défectueuses est 3% pour A1 et de 4% pour A2

1- $P(A1) = \frac{2}{3}$

2- Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 **et** est défectueuse.

Événement A1 : pièce provient de l'atelier 1

Événement A2 : pièce provient de l'atelier 2

Événement D : pièce défectueuse

$$P(D \text{ sachant } A1) = P(D|A1) = \frac{P(A1 \cap D)}{P(A1)}$$

$$P(A1 \cap D) = P(D|A1)P(A1) = 0.03 \frac{2}{3} = 0.02$$

3- $P(A_1 \text{ sachant } D) = P(A_1|D) = \frac{P(A_1 \cap D)}{P(D)}$

Théorème des probabilités totales :

Soit $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$ un système complet d'événements c'est dire la réunion des A_i est égale à Ω et $A_i \cap A_j = \emptyset$ pour $i \neq j$

Soit B un événement quelconque alors

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_n)$$

Application à l'exercice : Les événements A_1 et A_2 forment un système complet d'événements. D'après le théorème précédent on peut dire que

$$P(D) = P(D \cap A_1) + P(D \cap A_2) =$$

$$P(D|A_1)P(A_1) + P(D|A_2)P(A_2) = 0.03 \frac{2}{3} + 0.04 \frac{1}{3} = \frac{0.1}{3}$$

$$P(A_1|D) = \frac{P(A_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{0.02}{\frac{0.1}{3}} = \frac{0.06}{0.1} = 0.6$$