Deux exercices de probabilité corrigés

epsilon.tn

Avril 2026

Exercice 1

On dispose d'un dé pipé tel que la probabilité d'obtenir une face soit proportionnelle au chiffre porté par cette face. On lance le dé pipé.

1. Donner un espace probabilisé modélisant l'expérience aléatoire.

   Solution :
   Soit $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ l'univers des possibles.
   La probabilité de la face k est $P(k) = c \cdot k$, où c est une constante de proportionnalité.
   On a $\sum_{k=1}^{6} P(k) = 1$, donc $c \sum_{k=1}^{6} k = 1$.
   Or $\sum_{k=1}^{6} k = 21$, donc $c = \frac{1}{21}$.
   L'espace probabilisé est $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ avec $P(k) = \frac{k}{21}$.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair ?

   Solution :
   Les faces paires sont $\{2, 4, 6\}$.
   $P(\text{pair}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{2}{21} + \frac{4}{21} + \frac{6}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$.

3. Reprendre les questions si cette fois le dé est pipé de sorte que la probabilité d'obtenir une face paire soit le double de la probabilité d'obtenir une face impaire, les probabilités d'obtenir chaque face paire étant toutes égales entre elles.

   Solution :
   Soit $P(\text{impair}) = p$, alors $P(\text{pair}) = 2p$.
   On a $3p + 3 \cdot \frac{2p}{3} = 1$ (car il y a 3 faces impaires et 3 faces paires avec probabilités égales parmi les paires).
   Simplification : $3p + 2p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{5}$.
   Ainsi, $P(\text{pair}) = \frac{2}{5}$, et chaque face paire a une probabilité de $\frac{2}{15}$, chaque face impaire de $\frac{1}{15}$.

Exercice 2

Au cours d'une épidémie de grippe, on vaccine un tiers de la population. On a constaté qu'un malade sur 10 est vacciné et que la probabilité qu'une personne choisie au hasard soit grippée est de 0,25. Quelle est la probabilité pour un individu vacciné d'être quand même grippé?

Solution :

On définit les événements :
- V : "être vacciné", $P(V) = \frac{1}{3}$.
- G : "être grippé", $P(G) = 0.25$.
- On sait que $P(V \mid G) = \frac{1}{10}$.

On cherche $P(G \mid V)$.

D'après le théorème de Bayes :

$$P(G \mid V) = \frac{P(V \mid G) \cdot P(G)}{P(V)} = \frac{\frac{1}{10} \cdot 0.25}{\frac{1}{3}} = \frac{0.025}{\frac{1}{3}} = 0.075$$

La probabilité qu'un individu vacciné soit grippé est de 7.5%.