Bac Info : deux exercices de préparation

epsilon.tn

May 2025

Exercice n°1

On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(E) : 8x - 5y = 3$.

1) Justifier que (E) admet des solutions.

2a) Vérifier que le couple $(1, 1)$ est une solution de (E).

b) Résoudre l'équation (E).

3) Soit m un entier relatif tels qu'il existe (p, q) de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ vérifiant :

$$\begin{cases} m = 8p + 1 \\ m = 5q + 4 \end{cases}$$

a) Montrer que le couple (p, q) est une solution de (E).

b) Déduire que $m \equiv 9 \pmod{40}$.

4) Un technicien réseau doit intervenir dans deux opérations de maintenance sur deux types de serveurs : - Les serveurs de type A nécessitent 8 minutes de traitement. - Les serveurs de type B demandent 5 minutes chacun.

Lors d'une journée, il a effectué un certain nombre d'opérations, et il lui reste exactement trois minutes non utilisées à la fin.

On note p : est le nombre de serveurs de type A et q est celui de type B.

a) Trouver une équation et q tel qu'il modélise cette situation.

Par ailleurs, chaque utilisateur doit avoir un code d'identification unique respectant deux règles : - $m \equiv 1 \pmod{8}$ et $m \equiv 4 \pmod{5}$.

Pour répondre aux exigences de sécurité, déterminer le plus petit code supérieur à 2025 .

Exercice n°2

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = 1 - (2x + 1)e^{-2x}$.

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 4xe^{-2x}$.

b) Étudier le sens de variation de g et déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) \leq 1$.

2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = g(x + 1) + \dfrac{1}{x}$.

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).

a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et montrer que : $\lim\limits_{x \to 0} x^2 f(x) = 0$. Interpréter graphiquement les résultats.

b) Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et que la droite $D : y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.