Résolution numérique d'équations non linéaires

epsilon.tn

April 2025

f la fonction définie sur R par : $f(x) = e^{-x} - x$.
On considère l'équation :

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

1. Représenter graphiquement les fonctions $g(x) = e^{-x}$ et $h(x) = x$ dans un même repère orthonormé.

2. En déduire que l'équation (1) admet une solution unique et déterminer un intervalle $[n, n+1]$ contenant cette solution, où n est un nombre entier à déterminer.

3. Déterminer le sens de variation de f sur l'intervalle $[0, 1]$.

4. La fonction f est-elle convexe ou concave sur l'intervalle $[0, 1]$?

5. Donner une relation entre les termes x_{n+1} et x_n de la suite (x_n) obtenue par la méthode de Newton pour résoudre l'équation (1).

6. Justifier le choix de x_0 et calculer les trois premiers termes x_1, x_2 et x_3 obtenus par la méthode de Newton.

7. On considère la suite (y_n) définie par :

   $$\begin{cases} y_0 = 0,5 \\ y_{n+1} = g(y_n) \quad \forall n \geq 0 \end{cases}$$

   Cette suite est-elle convergente ? Si oui, que vérifie sa limite ?

8. Calculer $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8$. Que remarque-t-on ?

9. Écrire et exécuter un programme permettant de calculer les termes des suites (x_n) et (y_n) et comparer les résultats obtenus par les deux méthodes pour la même valeur de n.