

Deux exercices : nombres complexes et probabilité

epsilon.tn

April 2025

Exercice 1

1. On considère, dans l'ensemble C des nombres complexes, l'équation (E) :
 $z^2 - 4z + 8 = 0$.
 - a) Résoudre l'équation (E) .
 - b) Écrire la solution dont la partie imaginaire est négative sous la forme trigonométrique.
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A et B d'affixes respectives $2 - 2i$ et $2i$.
 - a) Écrire sous forme algébrique, le complexe $u = \frac{\overline{z_B - z_A}}{z_B - z_A}$.
 - b) En déduire la nature du triangle OAB .
3. On considère l'application f du plan P dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = e^{i\frac{\pi}{5}} z$.
 - a) Préciser la nature de f .
 - b) Écrire sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique, l'affixe $z_{A'}$ du point A' tel que $A' = f(A)$.
 - c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

Exercice 2

Un sac contient 5 boules bleues, 3 boules jaunes et 2 boules rouges indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise, trois boules du sac.

1. Déterminer le nombre de cas possibles.
2. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
 A : « Tirer une boule bleue, puis une boule jaune, puis une boule rouge »,
 B : « Tirer une boule bleue et une boule jaune et une boule rouge ».
3. Soit X la variable aléatoire associée au nombre de couleurs dans chaque tirage :
 - a) Déterminer les valeurs de X ,
 - b) Déterminer la loi de probabilité de X ,

- c) Calculer $E(X)$, $\text{Var}(X)$ et $\sigma(X)$.
4. Déterminer et représenter la courbe de la fonction répartition $F(X)$.