

Exercice Bac Maths 2020

epsilon.tn

March 2025

Exercice 3 : (4 points)

On considère la suite (a_n) définie sur \mathbb{N} par $a_n = 2 \times 5^n + 7$.

1. (a) Justifier que pour tout entier naturel n , a_n est impair.
(b) Déterminer, suivant les valeurs de n , le reste modulo 8 de 5^n .
(c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n \equiv 1 \pmod{8}$.
2. (a) Montrer que si

$$x \equiv 1 \pmod{8} \quad \text{et} \quad x \equiv 7 \pmod{125},$$

alors $x \equiv 257 \pmod{1000}$.

- (b) Montrer que pour tout $n \geq 3$, $a_n \equiv 257 \pmod{1000}$.
- (c) Quels sont les trois derniers chiffres de

$$(2 \times 5^{2020} + 7)(2 \times 5^{2021} + 7)?$$

3. (a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $5a_{2n} - a_{2n-1} = 28$.
(b) Soit d le PGCD de a_{2n} et a_{2n-1} . Montrer que d est différent de 7.
(c) Trouver alors la valeur de d .