Exercice corrigé de probabilité

Epsilon.tn

Février 2025

Exercice

Dans une entreprise deux ateliers fabriquent les mêmes pièces. L'atelier 1 fabrique en une journée deux fois plus de pièces que l'atelier 2. Le pourcentage de pièces défectueuses est 3% pour l'atelier 1 et 4% pour l'atelier 2. On prélève une pièce au hasard dans l'ensemble de la production d'une journée. Déterminer

1. la probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1;
2. la probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1 et est défectueuse
3. la probabilité que cette pièce provienne de l'atelier 1 sachant qu'elle est défectueuse.

Corrigé

Pour résoudre ce problème, nous allons utiliser les probabilités conditionnelles et les probabilités totales. Voici les étapes pour répondre à chaque question.

Notations : Soit

- A_1 l'événement "la pièce provient de l'atelier 1".
- A_2 l'événement "la pièce provient de l'atelier 2".
- D l'événement "la pièce est défectueuse".

1. Probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 ($P(A_1)$) :

Puisque l'atelier 1 produit deux fois plus de pièces que l'atelier 2, la production totale peut être divisée en trois parties : deux parties pour l'atelier 1 et une partie pour l'atelier 2.

$$P(A_1) = \frac{2}{3}$$

2. Probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 et soit défectueuse ($P(A_1 \cap D)$) :

La probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 et soit défectueuse est le produit de la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 et la probabilité qu'elle soit défectueuse sachant qu'elle provient de l'atelier 1.

$$P(A_1 \cap D) = P(A_1) \times P(D|A_1) = \frac{2}{3} \times 0.03 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{100} = \frac{6}{300} = \frac{1}{50} = 0.02$$

3. Probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 sachant qu'elle est défectueuse ($P(A_1|D)$) :

Pour trouver cette probabilité, nous utilisons la formule de Bayes :

$$P(A_1|D) = \frac{P(A_1 \cap D)}{P(D)}$$

Nous devons d'abord calculer $P(D)$, la probabilité totale que la pièce soit défectueuse. Cela peut être calculé en utilisant la loi des probabilités totales :

$$P(D) = P(A_1) \times P(D|A_1) + P(A_2) \times P(D|A_2)$$

Nous savons que $P(A_2) = 1 - P(A_1) = \frac{1}{3}$.

$$P(D) = \frac{2}{3} \times 0.03 + \frac{1}{3} \times 0.04 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{100} = \frac{6}{300} + \frac{4}{300} = \frac{10}{300} = \frac{1}{30} \approx 0.0333$$

Maintenant, nous pouvons calculer $P(A_1|D)$:

$$P(A_1|D) = \frac{P(A_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{0.02}{0.0333} \approx 0.6$$