

# Fonctions logarithme et exponentielle

epsilon.tn

Janvier 2025

## Exercice 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par:

$$f(x) = x + \ln \frac{x}{2x+1}$$

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère  $O; \vec{i}, \vec{j}$  et  $\Delta$  la droite d'équation  $y = x - \ln(2)$ .

1. Étudier les limites de  $f$  en 0 et en  $+\infty$ .
2. Étudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation.
3. Étudier la position de  $\mathcal{C}_f$  par rapport à  $\Delta$ .

## Exercice 2

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{2x-1}{x} \ln(x)$$

et on note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative.

1. Étudier le sens de variation de la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par

$$g(x) = 2x - 1 + \ln(x)$$

2. Étudier les limites de  $g$  en 0 et en  $+\infty$ .
3. Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $]0; +\infty[$ .  
En déduire, suivant les valeurs de  $x$ , le signe de  $g(x)$ .
4. Montrer que pour tout réel  $x$  de  $]0; +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  et en déduire les variations de  $f$ .
5. Dresser le tableau de variation de  $f$ .