Limite et continuité

epsilon.tn

Décembre 2024

Exercice 1
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour} \quad x \geq 3 \\ 2 & \text{pour} \quad x < 3 \end{cases}$$

Déterminer les limites à gauche et à droite en 3
La fonction f est-elle continue en 3 ?
Donner l'allure de f dans un repère orthonormé.

Exercice 2
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ -2x-1 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

Déterminer les limites à gauche et à droite en -1.
La fonction f est-elle continue en -1 ?
Tracer l'allure de la courbe représentative de f.

Exercice 3
Dterminer les limites suivantes:
a)

$$\lim_{x \to +\infty} (x^3 + 3x^2 - 6)$$

b)

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x-2}{x+2}$$

c)

$$\lim_{x \to 3} \frac{1-2x}{(x-3)^2}$$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{(x-2)^2}$.

1. Montrer que si $1,9 < x < 2,1$, alors $f(x) > 100$.

2. Soit un réel $A > 0$. Déterminer un intervalle ouvert I contenant 2 tel que si $x \in I$ alors $f(x) > A$.

3. Que peut-on déduire en termes de limite pour la fonction f ?

Exercice 4

Déterminer les limites de la fonction f aux valeurs demandées:

a) $f(x) = 2x + 1 + \dfrac{1}{x^2}$ en 0, en $+\infty$ et en $-\infty$

b) $f(x) = (4 - x^2)(3x - 2)$ en 0, en $+\infty$ et en $-\infty$

c) $f(x) = 4x - 1 + \dfrac{1}{x - 3}$ en 3, en $+\infty$ et en $-\infty$

d) $f(x) = \dfrac{4x}{4 - x}$ en 0 et en 4