

Fonction exponentielle - Exercices

Exercice 1 Soit n un nombre entier relatif. Simplifier les écritures suivantes :

a) $2^{2n} \times 2$ b) $\frac{2^{3n+1}}{2^{2n+1}}$ c) $(2^{n+1})^3 \times 2^{-1}$ d) $\frac{4^{n+2}}{2^{2n}} \times \frac{1}{8}$ e) $\frac{2^{n+3}}{4^{-n}} \times 2^{-n}$

Exercice 2 Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} telle que pour tout x réel, $f'(x) = 0$.

Que peut-on dire de f ?

On suppose de plus que $f(0) = 2$. Que peut-on alors dire de f ?

Exercice 3 Déterminer les équations des tangentes à la courbe représentative de la fonction exponentielle aux points d'abscisse 0 ; 1 et 2.

Exercice 4 Simplifier les expressions : a) $(e^x)^5 e^{-2x}$ b) $\frac{e^{2x+3}}{e^{2x-1}}$ c) $\frac{e^x + e^{-x}}{e^{-x}}$

Exercice 5 Démontrer que pour tout réel x ,

a) $\frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1} = e^x \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-x}}$ b) $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = 4$.

c) $\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ d) $e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}$

Exercice 6 Résoudre les équations et inéquations :

• $(E_1) : e^x = 1$ • $(E_2) : e^{2x} = e$ • $(E_3) : e^x = e^{-x}$ • $(E_4) : e^{x^2} = (e^{-x})^2 e^3$ • $(E_5) : e^{2x+1} = e^{\frac{6}{x}}$
• $(I_1) : e^x > e$ • $(I_2) : e^{2x} \leq 1$ • $(I_3) : (e^x)^3 \leq \frac{1}{e}$ • $(I_4) : e^x - \frac{1}{e^x} > 0$ • $(I_5) : e^{x^2} \geq e^{-x-1}$

Exercice 7 On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction exponentielle dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Soit a un réel. Déterminer l'équation de la tangente T_a à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse a .

2. Etudier la position relative de la courbe \mathcal{C} par rapport à la droite T

(Indication : on pourra étudier les variations de la fonction φ définie par $\varphi(x) = e^x - y$, où y désigne l'équation de la tangente T_a).

Exercice 8 Étudier le sens de variation des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \frac{e^x}{x}$ 2) $f(x) = e^{2x} - 2x$ 3) $f(x) = e^{x^2} - x^2$ 4) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 5) $f(x) = (2x+3)e^{-2x}$

Exercice 9 Déterminer les limites en $-\infty$ et $+\infty$ des fonctions suivantes :

a) $f(x) = e^{-3x}$ b) $g(x) = e^x + e^{-x}$ c) $h(x) = x + e^x$ d) $k(x) = e^{2x} + e^x + 1$
e) $l(x) = e^{3x} - e^x$ f) $m(x) = \frac{e^x + 1}{e^x + 2}$ g) $n(x) = \frac{-2e^x}{1 + e^x}$

Exercice 10 Déterminer la limite en $+\infty$ des fonctions suivantes :

a) $f(x) = x^2 + 2 - e^x$ b) $g(x) = \frac{2e^x - x}{x^2}$ c) $h(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$
d) $l(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ e) $k(x) = \frac{\sqrt{e^x + 2}}{x}$